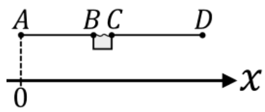
WHAT IS YOUR FUNCTION?

1) Трасса для троеборья AD длиной 54 км состоит из велосипедной трассы AB длиной 24 км, водного участка BC длиной 6 км и дороги для бега CD. Два спортсмена имеют одинаковые средние скорости бега (12 км/ч), плаванья (6 км/ч) и езды (36 км/ч). Они стартуют одновременно с разных концов трассы – первый бежит из A в D, а второй наоборот из D в A. Также известно, что после плаванья спортсмены устают и снижают среднюю скорость бега на 2 км/ч, а велоезды на 6 км/ч.



Нарисуйте на одном графике зависимости координаты x обоих спортсменов от времени (время отмечайте в минутах).

2) Испытание автомобилей на прямом шоссе длилось 1,5 минуты. Первый автомобиль, проехав в момент $t = 0$ точку старта, все время двигался равномерно со скоростью 72 км/ч. Второй же, стартовав на 30 сек позже, равномерно разгонялся и спустя 1 мин превысил скорость первого в 3 раза, после чего резко затормозил.
Нарисуйте графики скоростей обоих автомобилей в зависимости от времени.

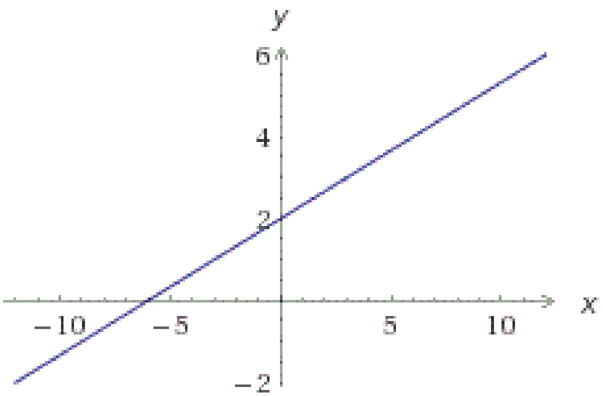
3) Два бегуна – на короткую дистанцию (спринтер) и на длинную (стайер) – стартуют одновременно вдоль прямой дорожки. Спринтер в течение 2 сек разгоняется до скорости 10 м/сек, затем 200 м бежит с этой постоянной скоростью, затем устаёт, в течение 2 сек равномерно сбавляет скорость до 4 м/сек и затем бежит в этом темпе достаточно долго. Стайер же равномерно разгоняется в течение 10 сек до скорости 6 м/сек и далее бежит с этой постоянной скоростью.
Нарисуйте график $V(t)$ скорости спринтера относительно стайера.

О функции -7.

•***Линейной функцией*** называется функция вида y=kx+b, где x-независимая переменная, k и b-любые числа.
•***Графиком*** линейной функции является прямая.

1.Чтобы построить график функции, нам нужны координаты двух точек, принадлежащих графику функции. Чтобы их найти, нужно взять два значения x, подставить их в уравнение функции, и по ним вычислить соответствующие значения y.

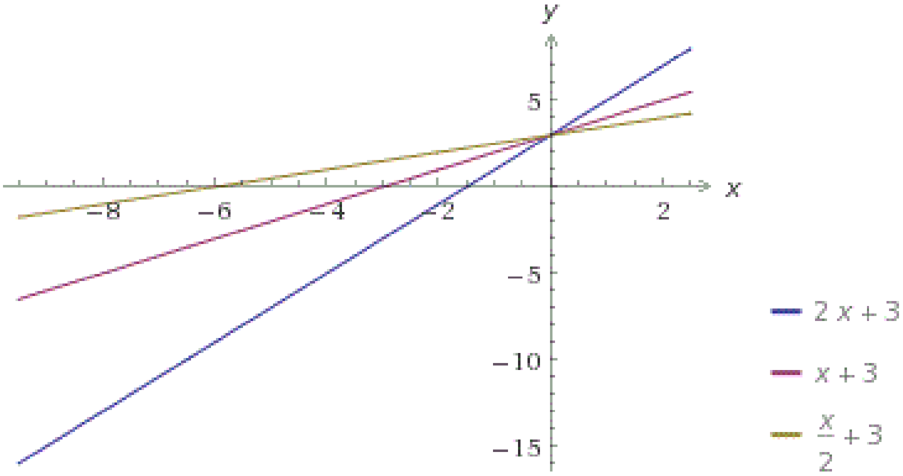
Например, чтобы построить график функции y= ⅓ x+2, удобно взять x=0 и x=3, тогда ординаты эти точек будут равны y=2 и y=3. Получим точки A(0;2) и B(3;3). Соединим их и получим график функции y= ⅓ x+2:



2. В формуле y=kx+b число ***k*** называется *коэффицентом пропорциональности* ***(угловым коэффициентом)***:
• если ***k>0***, то функция y=kx+b ***возрастает***
• если ***k<0***, то y=kx+b функция ***убывает***

Коэффициент ***b*** показывает ***смещение графика*** функции вдоль оси ***OY***:
• если ***b>0***, то график функции y=kx+b получается из графика функцииy=kx сдвигом на ***b единиц вверх*** вдоль оси ***OY***
• если ***b<0***, то график функции y=kx+b получается из графика функции y=kx сдвигом на ***b единиц вниз*** вдоль оси ***OY***

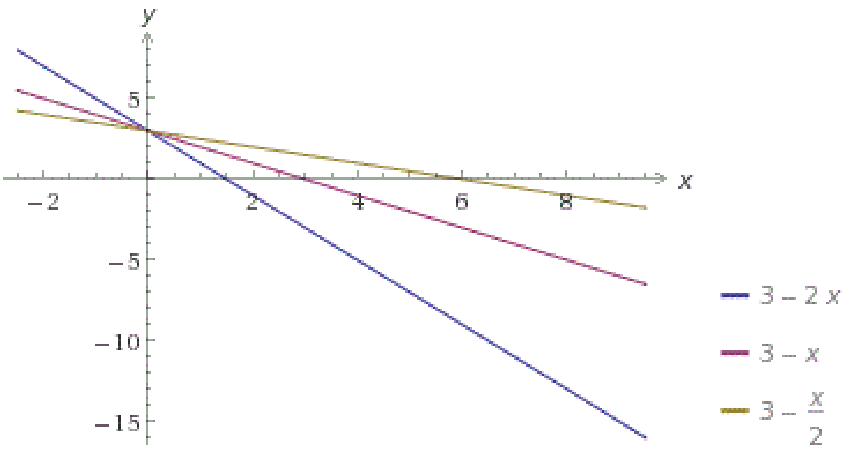
На рисунке ниже изображены графики функций y=2x+3; y= ½ x+3; y=x+3.



Заметим, что во всех этих функциях коэффициент k **больше нуля,** и функции являются **возрастающими.** Причем, ***чем больше значение k***, ***тем больше угол наклона прямой к положительному направлению оси OX***.

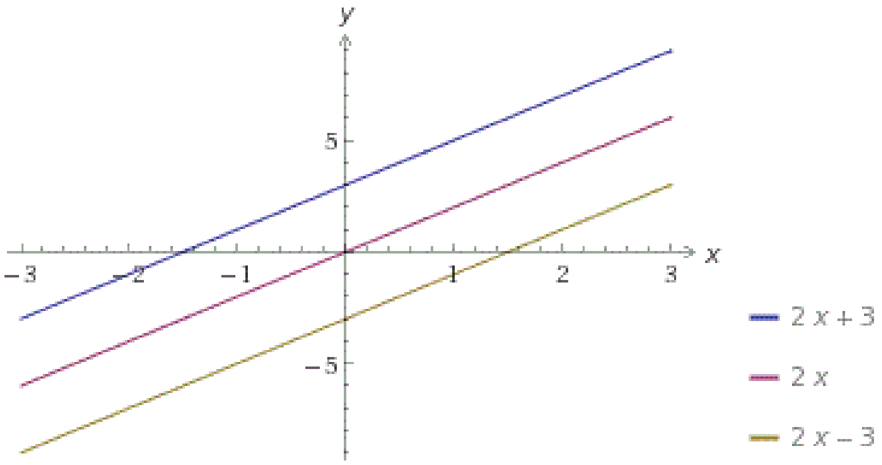
Во всех функциях b=3 – и мы видим, что все графики пересекают ось OY в точке (0;3)

Теперь рассмотрим графики функций y=-2x+3; y=- ½ x+3; y=-x+3.



На этот раз во всех функциях коэффициент k **меньше нуля,** и функции **убывают.** Коэффициент b=3, и графики также как в предыдущем случае пересекают ось OY в точке (0;3)

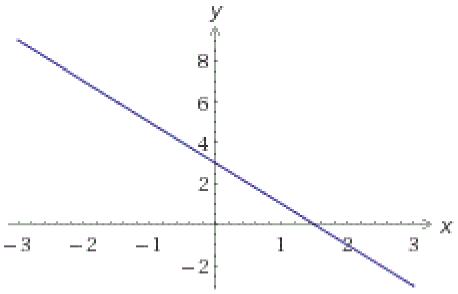
Рассмотрим графики функций y=2x+3; y=2x; y=2x-3.



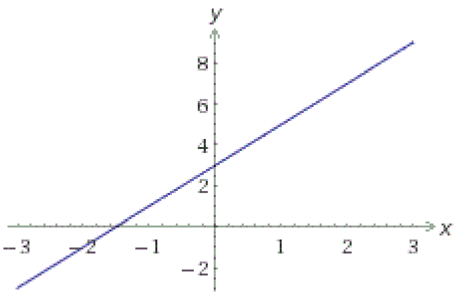
Теперь во всех уравнениях функций коэффициенты ***k равны*** 2 и коэффициенты ***b различны***. И мы получили три параллельные прямые.

<u>Подчеркнём, b различны</u>, и эти графики пересекают ось OY в различных точках:
• График функции y=2x+3 (b=3) пересекает ось OY в точке (0;3)
• График функции y=2x (b=0) пересекает ось OY в точке (0;0) - начале координат.
• График функции y=2x-3 (b=-3) пересекает ось OY в точке (0;-3)

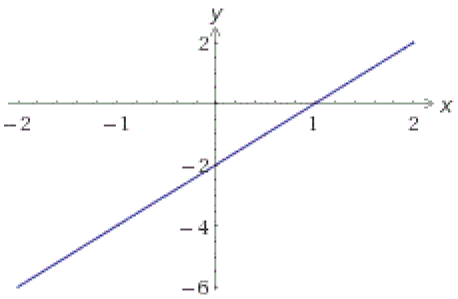
Итак, если мы знаем знаки коэффициентов k и b, то можем сразу представить, как выглядит график функции y=kx+b.
Если **k<0 и b>0**, то график функции y=kx+b имеет вид:



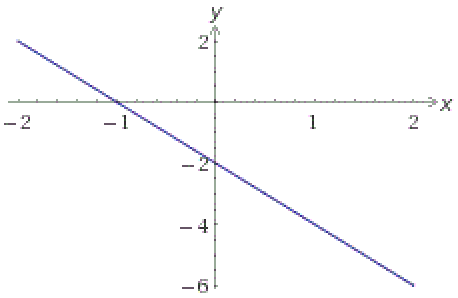
Если **k>0 и b>0**, то график функции y=kx+b имеет вид:



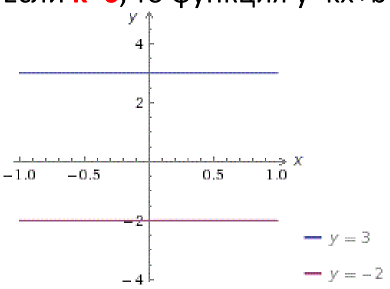
Если **k>0 и b<0**, то график функции y=kx+b имеет вид:



Если **k<0 и b<0**, то график функции y=kx+b имеет вид:

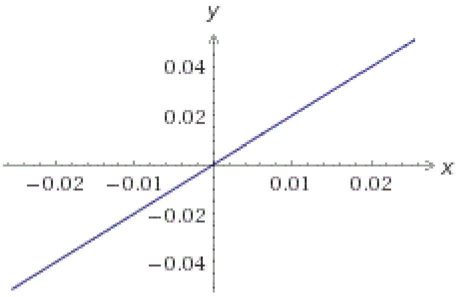


Если **k=0**, то функция y=kx+b превращается в функцию y=b и ее график имеет вид:



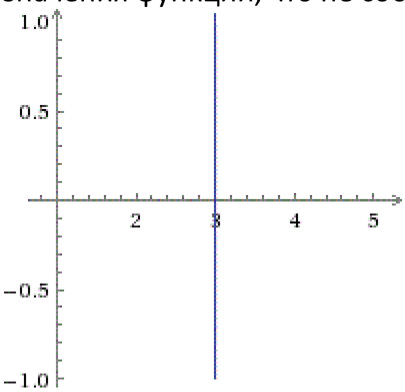
Ординаты всех точек графика функции y=b равны b

Если **b=0**, то график функции y=kx (прямая пропорциональность) проходит через начало координат:



3.Отдельно отметим график уравнения x=a. График этого уравнения представляет собой прямую линию, параллельую оси OY все точки которой имеют абсциссу x=a.

Например, график уравнения x=3 выглядит так:
Внимание! Уравнение x=a не является функцией, так одному значению аргумента соотвутствуют разные значения функции, что не соответствует определению функции.



4.Условие параллельности двух прямых:
График функции $y=k_1x+b_1$ параллелен графику функции $y=k_2x+b_2$, если $k_1=k_2$; $b_1\neq b_2$.

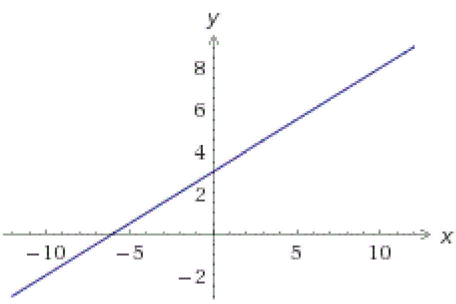
5.Условие перепендикулярности двух прямых:
График функции $y=k_1x+b_1$ перепендикулярен графику функции $y=k_2x+b_2$, если $k_1*k_2=-1$ или $k_1=-1/k_2$.

6.Условие совпадения двух прямых:
График функции $y=k_1x+b_1$ совпадает с графиком функции $y=k_2x+b_2$, если $k_1=k_2$; $b_1=b_2$.

7.Точки пересечения графика функции y=kx+b с осями координат.

С осью OY. Абсцисса любой точки, принадлежащей оси OY равна нулю. Поэтому, чтобы найти точку пересечения с осью OY нужно в уравнение функции вместо х подставить ноль. Получим y=b. То есть точка пересечения с осью OY имеет координаты (0;b).

С осью OX: Ордината любой точки, принадлежащей оси OX равна нулю. Поэтому, чтобы найти точку пересечения с осью OX нужно в уравнение функции вместо у подставить ноль. Получим 0=kx+b. Отсюда x=-b/k. То есть точка пересечения с осью OX имеет координаты (-b/k;0):



Линейная функция и параметры. Рекомендации.

- Решить систему уравнений – это значит найти такие значения переменных, которые обращают каждое уравнение системы в верное равенство.
- Параметр (от греч. parametron отмеривающий) – показатель, величина, константа, значение которой остается постоянным в пределах рассматриваемой задачи.
- Что значит решить уравнение с параметром?
- Это значит показать, каким образом для любого значения параметра можно найти соответствующие значения корней, если они существуют, или установить, что при этом значении параметра корней нет.
- **Пусть задана система линейных уравнений:**
- $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, где $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ - ненулевые числа.
- Каждое уравнение на плоскости представляет собой некоторую прямую. Для двух прямых на плоскости возможны три случая:

  1. Прямые пересекаются. Тогда система уравнений имеет единственное решение.
  2. Прямые параллельны. Тогда система не имеет решений.
  3. Прямые совпадают. Тогда система имеет бесконечное множество решений.

Для системы линейных уравнений справедливо:

1. Если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, то система имеет бесконечное множество решений.
2. Если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то система не имеет решений.
3. Если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система имеет единственное решение.

Линейная функция и параметры. (А ты знаешь про линейную функцию? А линейная функция о тебе знает? Атака линейной функции. Не бойся параметров!).

- ✓ Найти все значения параметра b, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} bx + 2y = b + 2 \\ 2bx + (b+1)y = 2b + 4 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.
- ✓ При каких значениях a система уравнений $\begin{cases} a^2x + (2-a)y = 4 + a^3 \\ ax + (2a-1)y = a^5 - 2 \end{cases}$ не имеет решений?
- ✓ При каких значениях a и b система уравнений $\begin{cases} a^2x - by = a^2 - b \\ bx - b^2y = 2 + 4b \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?