Исследование функции и построение графика.

План.

1. Область определения функции.
2. Точки пересечения графика функции с осями координат.
3. Промежутки знакопостоянства функции.
4. Чётность функции.
5. Периодичность функции.
6. Промежутки монотонности функции.
7. Точки экстремума и экстремумы функции.
8. Наибольшее/наименьшее значение функции.
9. Асимптоты графика функции.
10. Множество значений функции.
11. Выпуклость функции и точки перегиба.

Подробнее:

№ п/п	Пункт плана	Расшифровка	Пример	Решение/ответ
1.	Область определения функции $D_{(f)}$.	Множество всех допустимых значений независимой переменной (x) или аргумента.	Найдите $D_{(f)}$, если $f(x)=\frac{x^3-2x^2}{(3x-2)(x+1)}\lvert 2x-1\rvert -$ $-\frac{x^3+2x^2}{(3x+2)(x-1)}\lvert 2x+1\rvert$.	
2.	Точки пересечения функции с осями координат.	• Точка пересечения функции с осью абсцисс имеет ординату 0; решаем уравнение: $f(x)=0$. • Точка пересечения функции с осью ординат имеет абсциссу 0; находим значение выражения: $f(0)$.	Найдите точки пересечения с осями координат функции $f(x)=\frac{x^2-2}{x+1}$.	
3.	Промежутки знакопостоянства функции.	Множества значений x, при которых $f(x) </> 0$; решаем неравенства.	Найдите промежутки знакопостоянства функции $f(x)=\frac{x^2-2}{x+1}$.	
4.	Чётность функции.	• Назовём функцию $y=f(x)$ чётной, если $D_{(f)}$ симметрична относительно нуля и $\forall\, x\in D_{(f)}\ f(-x)=f(x)$. • Назовём функцию $y=f(x)$ нечётной, если $D_{(f)}$ симметрична относительно нуля и $\forall\, x\in D_{(f)}$ $f(-x)=-f(x)$. •При исследовании функции на чётность можно использовать определение или свойства чётных/нечётных функции.	•Установите чётность функции $f(x)=\frac{x^3-2x^2}{(3x-2)(x+1)}\lvert 2x-1\rvert -$ $-\frac{x^3+2x^2}{(3x+2)(x-1)}\lvert 2x+1\rvert$. • Почему полезно подметить чётность/нечётность функции?	
5.	Периодичность функции.	• Назовём функцию $y=f(x)$ периодической с периодом $T>0$, если $\forall\, x\in D_{(f)}$ $f(x+T)=f(x)$; •Находим период функции T; доказываем, что найденное значение T наименьшее.	Исследуйте функцию $y=\{x\}$ на периодичность.	
6.	Промежутки монотонности функции.	• Назовём функцию $y=f(x)$ монотонно возрастающей на $I\subset D_{(f)}$, если $\forall\, x_1,x_2\in I$: $x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$. • Назовём функцию $y=f(x)$ монотонно убывающей на $I\subset D_{(f)}$, если $\forall\, x_1,x_2\in I$: $x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$. •При исследовании функции на монотонность можно использовать определение, свойства монотонных функции или аппарат производной (следует далее).	Исследуйте функцию $f(x)=\frac{8}{2x-x^2-3}$ на монотонность.	

7.	Точки экстремума и экстремумы функции.	•Назовём точку x_0- точкой максимума функции, если в точке x_0 функция $y = f(x)$- непрерывна и $\forall\ x \in I$ (окрестности точки x_0) $f(x_0) \geq f(x)$. • Значение функции $y = f(x)$ в точке максимума называется максимумом функции. •Назовём точку x_0- точкой минимума функции, если в точке x_0 функция $y = f(x)$- непрерывна и $\forall\ x \in I$ (окрестности точки x_0) $f(x_0) \leq f(x)$. • Значение функции $y = f(x)$ в точке минимума называется минимумом функции.	•Исследуйте функцию $f(x) = \frac{8}{2x-x^2-3}$ на точки экстремума и экстремумы. •При исследовании функции на точки экстремума и экстремумы можно использовать соответствующие определения или аппарат производной (следует далее).	
8.	Наибольшее/ наименьшее значение функции.	•Назовём y_0- наибольшим значением функции $y = f(x)$, если $\forall\ x \in D_{(f)}\ y_0 \geq f(x)$. •Назовём y_0- наименьшим значением функции $y = f(x)$, если $\forall\ x \in D_{(f)}\ y_0 \leq f(x)$.	•Исследуйте функцию $f(x) = \frac{8}{2x-x^2-3}$ на наибольшее/наименьшее значение. •При исследовании функции на наибольшее/наименьшее значение можно использовать соответствующие определения.	
9.	Асимптоты функции.	• Назовём прямую $y = b$ – горизонтальной/наклонной асимптотой к графику функции $y = f(x)$, если функцию $y = f(x)$ можно представить в виде $y = b + \alpha(x)/\ y = kx + b + \alpha(x)$, где $\alpha(x)$- бесконечно малая функция при $x \to \infty$. • Назовём прямую $x = x_0$ – вертикальной асимптотой к графику функции $y = f(x)$, если значения функции $y = f(x)$ становятся бесконечно большими по модулю при $x \to x_0$.	• Исследуйте функцию $y = \frac{x^2-2}{x+1}$ на асимптоты. •При исследовании функции на асимптоты можно использовать определения асимптот или аппарат производной (следует далее).	
11.	Множество значений функции $E(x)$.	•Множество всех допустимых значений зависимой переменной (y) или функции. •При нахождении множества значений функции можно использовать уравнение с параметром или теоремы математического анализа (следует далее).	Найдите множество значений функции $y = \frac{x^2}{x-1}$.	

P.S. В дальнейшем исследование функции пополнится ещё одним пунктом – исследованием функции на выпуклость и точки перегиба.